

# Matematik

## Lärarinformation för muntligt delprov – Del A

Elevmaterial – kopieringsunderlag  
Elevmaterial, engelsk version – kopieringsunderlag  
Bedömningsanvisning

1b

# Innehåll

|                                                                                         |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <i>Muntlig del, Del A</i> .....                                                         | 3  |
| Beskrivning av muntlig del.....                                                         | 3  |
| Organisation.....                                                                       | 3  |
| Förberedelser inför den muntliga delen .....                                            | 4  |
| Bedömning.....                                                                          | 5  |
| <i>Lärarmaterial</i> .....                                                              | 7  |
| Läraninstruktioner: Version 1 – Mönster, tändstickor .....                              | 8  |
| Instructions to teachers: Version 1 – Pattern, matchsticks.....                         | 10 |
| Förslag godtagbara till svar och motiveringar för Version 1 – Mönster, tändstickor..... | 12 |
| Bedömningsmatris till Version 1 – Mönster, tändstickor.....                             | 13 |
| Läraninstruktioner: Version 2 – Mönster, prickar .....                                  | 14 |
| Instructions to teachers: Version 2 – Pattern, dots .....                               | 16 |
| Förslag till godtagbara svar och motiveringar för Version 2 – Mönster, prickar.....     | 18 |
| Bedömningsmatris till Version 2 – Mönster, prickar.....                                 | 19 |
| Kopieringsunderlag formler till Version 1 – Mönster, tändstickor .....                  | 20 |
| Kopieringsunderlag formler till Version 1 – Pattern, matchsticks.....                   | 21 |
| Kopieringsunderlag formler till Version 2 – Mönster, prickar .....                      | 22 |
| Kopieringsunderlag formler till Version 2 – Pattern, dots.....                          | 23 |
| Kopieringsunderlag bedömningsmatris .....                                               | 24 |
| <i>Elevmaterial – Kopieringsunderlag</i> .....                                          | 25 |
| Information till eleverna .....                                                         | 27 |
| Version 1 – Mönster, tändstickor.....                                                   | 28 |
| Version 1 – Koordinatsystem, tändstickor .....                                          | 29 |
| Version 2 – Mönster, prickar.....                                                       | 30 |
| Version 2 – Koordinatsystem, prickar .....                                              | 31 |
| <i>Pupils' material – for copying</i> .....                                             | 33 |
| Information to the pupils .....                                                         | 35 |
| Version 1 – Pattern, matchsticks .....                                                  | 36 |
| Version 1 – Coordinate Systems, matchsticks.....                                        | 37 |
| Version 2 – Pattern, dots .....                                                         | 38 |
| Version 2 – Coordinate Systems, dots.....                                               | 39 |

## Muntlig del, Del A

### Beskrivning av muntlig del

Kursprovet i matematik kurs 1 består av en muntlig del och tre skriftliga delar. Alla elever ska provas muntligt och den muntliga delen ska genomföras under en provperiod (v 45–51). Hösten 2012 provar den muntliga delen framför allt förmågorna problemlösning, resonemang och kommunikation.

Den muntliga delen finns i två versioner. Genomförandet görs på ett likartat sätt för de båda versionerna. I varje version ska eleverna arbeta med ett antal uppgifter. Några av uppgifterna löses enskilt och andra gemensamt. I båda versionerna har eleverna möjlighet att visa kvaliteter inom alla nivåer i kunskapskraven. Inom en klass/skola är det lämpligt att använda båda versionerna för att minska risken att innehållet sprids.

Den muntliga delen genomförs i grupper om 3–4 elever. Avsikten med detta är att det ska bli ett samtal mellan elever och inte ett förhör. Vid utprovningar av den muntliga delen har provtiden per grupp varit cirka 20–25 minuter.

Gruppindelningen ska göras av läraren. Hänsyn bör tas så att eleverna i gruppen fungerar bra tillsammans. Om läraren bedömer att någon elev mår bättre av att provas enskilt går det naturligtvis bra. Vid utprovningar av denna del har en indelning i kunskapsmässigt relativt homogena grupper fungerat bättre.

Utförliga instruktioner för genomförande och frågeställningar finns i lärarmaterialet (sid. 8–9 och 14–15).

### Organisation

Hur man organiserar genomförandet av den muntliga delen beror mycket på förhållandena i klassen och skolan. Det är en fördel om lärarna tillsammans, med stöd av skolledningen, planerar genomförandet. Man har då möjlighet att hjälpa varandra, t.ex. med att sambedöma någon grupp för att diskutera bedömningen eller med handledning av övriga elever under den tid kamraterna genomför den muntliga delen.

Den muntliga delen kan göras när som helst under den angivna provperioden. Det är naturligtvis möjligt att låta eleverna göra den muntliga delen samlat under någon eller några dagar. Delen kan genomföras av elevernas ordinarie lärare eller av någon annan lärare i matematik. Eftersom avsikten är att varje elev ska ges möjlighet att kommunicera matematik muntligt är det bäst om provningen genomförs i särskild lokal. Möjlighet finns då att spela in samtalen om läraren vill lyssna på dem efteråt som stöd för bedömningen.

## Förberedelser inför den muntliga delen

För att förbereda eleverna på hur den muntliga delen går till kan de frisläppta muntliga proven för kurs 1 vt 2012 användas. Dessa finns på PRIM-gruppens hemsida [www.prim-gruppen.se](http://www.prim-gruppen.se).

*En förutsättning för provets genomförande är att läraren är väl insatt i hur uppgifterna ska genomföras och hur de ska bedömas.*

- Läs igenom instruktionerna för hur delen ska genomföras och de båda uppgiftsversionerna. Tänk igenom hur dina elever kan tänkas lösa uppgifterna och vilka eventuella följdfrågor som kan vara aktuella.
- Dela in eleverna i lämpliga grupper och välj vilken version respektive grupp ska använda. Det är lämpligt att skifta version mellan grupperna i samma klass för att förhindra spridning av innehållet.
- Kopiera "Information till eleverna" (sid. 27), samt mönster och koordinatsystem för den version som valts.
- Kopiera en uppgiftsspecifik bedömningsmatris (sid. 13 och 19) eller småmatriser (sid. 24) för varje grupp. Anteckningar om vad eleverna visar under den muntliga delen kan göras i matrisen.
- Dela ut och gå igenom sidan med "Information till eleverna". Detta kan göras på en lektion någon dag före genomförandet.
- **Hjälpmedel:** På bordet bör det finnas pennor som eleverna kan använda vid behov. Formelblad, linjal och digitala verktyg (t.ex. i form av miniräknare) bör också finnas tillgängligt för elever som efterfrågar det.

## Bedömning

Bedömningen av den muntliga delen ska göras med stöd av uppgiftsspecifika bedömningsmatriser. De förmågor som ska bedömas är problemlösning, resonemang och kommunikation.

Utöver den uppgiftsspecifika bedömningsmatrisen finns exempel på svar och beskrivningar till frågeställningarna i de olika versionerna (sid. 12 och 18). Svar och beskrivningar ska ses som ett servicematerial till läraren och man kan inte förvänta sig att eleverna använder exakt dessa beskrivningar.

Medan eleverna redovisar gör läraren sin bedömning genom noteringar i den uppgiftsspecifika matrisen.

*Exempel på ifylld bedömningsmatris för muntlig del (max 3/4/4)*

|                               | E                         | C                       | A                     |
|-------------------------------|---------------------------|-------------------------|-----------------------|
| <b>Begrepp</b>                |                           |                         |                       |
| <b>Procedurer</b>             |                           |                         |                       |
| <b>Problemlösning</b>         | K H P<br>+E <sub>PL</sub> | H P<br>+C <sub>PL</sub> | P<br>+A <sub>PL</sub> |
| <b>Matematiska modeller</b>   |                           |                         |                       |
| <b>Matematiska resonemang</b> | K H P<br>+E <sub>R</sub>  | H P<br>+C <sub>R</sub>  | P<br>+A <sub>R</sub>  |
|                               | H P                       | P                       | P                     |
|                               | +E <sub>R</sub>           | +C <sub>R</sub>         | +A <sub>R</sub>       |
| <b>Kommunikation</b>          |                           | H P<br>+C <sub>K</sub>  | P<br>+A <sub>K</sub>  |

Exempel med fyra tänkta elever. De olika poängkvaliteterna är markerade i respektive förmåga för varje elev. Provdelens poäng för de fyra eleverna blir därmed:

Kim (**K**):  $E_{PL} + E_R = 2/0/0$

Hanna (**H**):  $E_{PL} + C_{PL} + E_R + E_R + C_R + C_K = 3/3/0$

Peter (**P**):  $E_{PL} + C_{PL} + A_{PL} + E_R + E_R + C_R + C_R + A_R + A_R + C_K + A_K = 3/4/4$



## **Lärarmaterial**

## Lärarinstruktioner: Version 1 – Mönster, tändstickor

### Uppgift 1 (Tändsticksmönster)

*Enskilda uppgifter med möjlighet till efterföljande kommentarer.*

Dela ut bladet "Version 1 – Mönster, tändstickor" med de fyra tändsticksmönstren till eleverna.

Låt eleverna studera alla mönster en kort stund och tilldela sedan en elev det första tändsticksmönstret och låt eleven besvara frågan:

- Hur utvecklas Mönster 1?

Har eleven svårigheter att beskriva hur mönstret utvecklas kan stödfrågor eller följdfrågor ställas. Exempel på frågor: *Hur många stickor ökar ditt mönster med? Hur skulle du göra för att ta reda på hur många stickor det behövs för att bygga figur nr 10?*

Stanna kvar i Mönster 1 och låt samma elev besvara uppgiften:

- Ange ett samband mellan figurens nummer och antalet tändstickor med ord eller formel.

Därefter har övriga elever möjlighet att kommentera detta mönster, elevens beskrivning av hur mönstret utvecklas eller sambandet mellan figurens nummer och antalet stickor.

Upprepa sedan punkt 1 och 2 ovan för nästa elev som ska beskriva Mönster 2 osv.

### Uppgift 2 (Koordinatsystem)

*Enskilda uppgifter med möjlighet till efterföljande kommentarer.*

Dela ut bladet "Version 1 – Koordinatsystem, tändstickor" med de sex graferna Graf A–F till eleverna.

Nu är det lämpligt att låta en annan elev börja besvara frågan:

- Vilken graf passar till ditt mönster? Motivera. Hur ser du det?

Låt eleverna kommentera varandras förslag.

Upprepa punkten för övriga elever i gruppen.

### Uppgift 3 (Diskussionsuppgifter)

#### Gruppdiskussion.

Välj lämpliga och lämpligt antal diskussionsuppgifter till gruppen. Det kan t.ex. vara så att någon fråga redan diskuterats under uppgift 1 och 2 och då behöver den inte ställas igen. Eventuellt kan någon/några av diskussionsuppgifterna riktas direkt till någon elev för att få ytterligare underlag för bedömningen.

1. I koordinatsystemen finns det punkter men inga linjer. Varför?
2. På sidan med grafer passade inte Graf A respektive Graf C till något av de givna mönstren. Hur skulle ett mönster kunna vara uppbyggt som passar till Graf A respektive Graf C?
3. Punkterna i koordinatsystemen ligger utmed en rät linje. Varför? Hur syns detta i mönstret eller formeln?
4. Hur ser ett mönster ut där punkterna *inte* ligger utmed en rät linje?  
Ev. följdfråga: Hur skulle ett mönster som växer kvadratiskt kunna se ut?
5. Hur kan man hitta figur 0? Finns det olika sätt?
6. Sambandet mellan antalet tändstickor och figurens nummer är en funktion. Vilken är definitionsmängden?
7. Nedan anges några korrekta algebraiska samband till Mönster 1–4. Finns som kopieringsunderlag (sid. 20). Välj ut något eller några samband med tillhörande mönster och presentera för gruppen. Eleverna ska utgå från sambanden och beskriva vad som händer i mönstren.

Antal tändstickor ( $a$ ) i figur  $n$ :

Mönster 1       $a = 4 + 2(n - 1)$

Mönster 2       $a = 5 + 4(n - 1)$

Mönster 3       $a = 1 + 2n + n$

Mönster 4       $a = 2 + 3n$

8. Nedan visas några andra korrekta algebraiska samband till Mönster 1–4 (rekursiva formler). Finns som kopieringsunderlag (sid. 20). Välj ut något samband med tillhörande mönster och presentera för gruppen. Eleverna ska tolka sambandet med hjälp av mönstret. Gruppen kan även själv formulera ett samband utifrån ett annat mönster.

Antal tändstickor ( $a_n$ ) i figur  $n$ :

Mönster 1       $a_1 = 4$  och  $a_{n+1} = a_n + 2$

Mönster 2       $a_1 = 5$  och  $a_{n+1} = a_n + 4$

Mönster 3       $a_1 = 4$  och  $a_{n+1} = a_n + 3$

Mönster 4       $a_1 = 5$  och  $a_{n+1} = a_n + 3$

9. Kan genomföras om både punkt 7 och 8 har diskuterats. Diskutera för- och nackdelar med de olika formeltyperna.

## Instructions to teachers: Version 1 – Pattern, matchsticks

### Task 1 (Matchstick Patterns)

*Individual tasks with the possibility of subsequent comments.*

Hand out the “Version 1 – Pattern, matchsticks” sheet with the four matchstick patterns to the pupils.

Let the pupils study all the patterns for a short time and then assign the first matchstick pattern to a pupil and let the pupil answer the following question:

- How does Pattern 1 develop?

If the pupil has difficulties describing how the pattern develops, supporting questions or follow-up questions may be asked. Examples of questions: *How many sticks does your pattern increase by? What would you do to find out how many sticks are needed to build figure number 10?*

Stay in Pattern 1 and let the same pupil answer the task:

- State a relation between the number of the figure and the number of matchsticks in words or in a formula.

After that the other pupils have the chance to comment on this pattern, the pupil's description of the development of the pattern or the relation between the number of the figure and the number of matches.

Then repeat points 1 and 2 above for the next pupil, who has to describe Pattern 2, and so on.

### Task 2 (Coordinate Systems)

*Individual tasks with the possibility of subsequent comments.*

Hand out the “Version 1 – Coordinate Systems, matchsticks” sheet containing the six graphs Graphs A–F to the pupils.

Let the pupils answer the question:

- What graph fits your pattern? Give your reasons. How can you see that?

Let the pupils comment on one another's proposals.

Then repeat the point above for all pupils in the group.

### Task 3 (Discussion tasks)

*Group discussion.*

Choose a suitable number of suitable discussion tasks for the group. It may, for example, be the case that some questions have already been discussed during tasks 1 and 2 and therefore does not need to be asked again. One or more of the discussion tasks may possibly be given to a particular pupil so as to get fuller information for the assessment.

1. The coordinate systems contain points but no lines. Why?
2. On the page with the graphs there were two graphs (Graph A and Graph C) that did not fit any of the patterns given. How could a pattern be built up that fits Graph A and Graph C respectively?
3. The points in the coordinate systems are on a straight line. Why? How is this seen in the pattern and/or the formula?
4. What does a pattern look like when the points are *not* on a straight line?  
Possible follow-up question: What could a pattern that grows quadratically look like?
5. How can you find figure 0? Are there different ways?
6. The relation between the number of matchsticks and the number of the figure is a function. Explain why. What is the domain?
7. Some correct algebraic relations to Patterns 1–4 are given below. Available for copying (page 21). Select one or more of the relations and the pattern that belongs to it, and present them to the group. By starting in the relations the pupils are to describe how the patterns develop.

The number of matchsticks ( $a$ ) in figure  $n$ :

Pattern 1             $a = 4 + 2(n - 1)$

Pattern 2             $a = 5 + 4(n - 1)$

Pattern 3             $a = 1 + 2n + n$

Pattern 4             $a = 2 + 3n$

8. Some other correct algebraic relations of Patterns 1–4 (recursive formulas) are shown below. Available for copying (page 21). Select a relation and the pattern that belongs to it, and present it to the group. The pupils are to interpret the relation with the aid of the pattern. The group can also formulate its own relation on the basis of another pattern.

The number of matchsticks ( $a_n$ ) in figure  $n$ :

Pattern 1             $a_1 = 4$  and  $a_{n+1} = a_n + 2$

Pattern 2             $a_1 = 5$  and  $a_{n+1} = a_n + 4$

Pattern 3             $a_1 = 4$  and  $a_{n+1} = a_n + 3$

Pattern 4             $a_1 = 5$  and  $a_{n+1} = a_n + 3$

9. The following can be done if both points 7 and 8 have been discussed. Discuss the advantages and disadvantages of the different types of formula.

## Förslag godtagbara till svar och motiveringar för Version 1 – Mönster, tändstickor

Svar och motiveringar ska ses som ett servicematerial till lärare och man kan inte förvänta sig att eleverna svarar och motiverar exakt på detta sätt.

Förslag till några svar för uppgift 1 och 2:

|           | <i>Funktionsuttryck</i> | <i>Graf</i> |
|-----------|-------------------------|-------------|
| Mönster 1 | $y = 2x + 2$            | B           |
| Mönster 2 | $y = 4x + 1$            | F           |
| Mönster 3 | $y = 3x + 1$            | D           |
| Mönster 4 | $y = 3x + 2$            | E           |
|           | $y = 2x + 3$            | A           |
|           | $y = x + 3$             | C           |

Förslag till godtagbara svar för några diskussionsuppgifter:

Hur ser ett mönster ut där punkterna *inte* ligger utmed en rät linje?

- Eleverna kan ge exempel på ett mönster som både växer och avtar eller ett mönster som växer kvadratisk.

Hur kan man hitta figur 0? Finns det olika sätt?

- I bild genom att visa vilken/vilka stickor som är kvar.
- I graf genom att visa skärningen med  $y$ -axeln.
- Med formel genom att beräkna funktionsvärdet då  $x = 0$ .

Sambandet mellan antalet tändstickor och figurens nummer är en funktion.

Förklara varför.

- Eftersom varje figurnummer har ett bestämt antal tändstickor.  
Definitionsmängd: De naturliga talen.

Nedan anges några korrekta algebraiska samband till Mönster 1–4. Välj ut något eller några samband med tillhörande mönster och presentera för gruppen. Eleverna ska utgå från sambanden och beskriva vad som händer i mönstren.

- I mönster 1 är det hela tiden fyra stickor på ändarna och för varje figur ökar det med två stickor i mitten.

Diskutera för- och nackdelar med de olika formeltyperna.

- En rekursiv formel är ibland lättare att ange (hitta) men svår att använda för t.ex. figur nr 100.

# Bedömningsmatris till Version 1 – Mönster, tändstickor

(3/4/4)

|                                                                                                                     | E                                                                                                                                                                                                                                                          | C                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | A                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Begrepp</b>                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| <b>Procedurer</b>                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| <b>Problemlösning</b><br><i>Analysera och lösa matematiska problem samt tolka och värdera metoder och resultat.</i> | Eleven beskriver hur mönstret utvecklas<br><i>eller</i><br>visar att ett algebraiskt samband stämmer med ett mönster genom att pröva med några värden.<br><br>+EP <sub>L</sub>                                                                             | Eleven beskriver samband mellan figurens nummer och antalet tändstickor i ord<br><i>eller</i><br>visar hur något algebraiskt samband stämmer överens med bilden av ett mönster<br><i>eller</i><br>ger exempel på icke linjära mönster.<br><br>+CP <sub>L</sub>                                                           | Eleven beskriver samband mellan figurens nummer och antalet tändstickor med formel<br><i>eller</i><br>visar att ett givet algebraiskt samband stämmer överens med ett mönster genom att använda generella beskrivningar<br><i>eller</i><br>beskriver utförligt icke linjära mönster med hjälp av olika representationer.<br><br>+AP <sub>L</sub> |
| <b>Modeller</b>                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| <b>Matematiska resonemang</b><br><i>Följa, föra och bedöma matematiska resonemang.</i>                              | Eleven för ett enkelt resonemang kring hur mönster och graf stämmer överens, t.ex. genom att ange en eller ett par gemensamma punkter för exempelvis graf och mönster<br><i>eller</i><br>genom att redogöra för figur 0 i någon representation.<br><br>+ER | Eleven för välgrundade resonemang kring hur mönster och graf stämmer överens, t.ex. genom att hänvisa till konstant ökning<br><i>eller</i><br>beskriver varför graferna är punkter och inte linjer<br><i>eller</i><br>genom att redogöra för figur 0 i flera representationer (graf, bild, följd och formel).<br><br>+CR | Eleven för välgrundade och nyanserade matematiska resonemang, t.ex. genom att godtagbart definiera funktioner<br><i>eller</i><br>beskriva icke linjära samband<br><i>eller</i><br>resonera kring en rekursiv formel.<br><br>+AR                                                                                                                  |
|                                                                                                                     | Eleven bidrar med enkla omdömen vid andra elevers redovisningar eller i diskussioner.<br><br>+ER                                                                                                                                                           | Eleven bidrar med idéer och förklaringar vid andra elevers redovisningar eller i diskussioner.<br><br>+CR                                                                                                                                                                                                                | Eleven tar del av andras argument och vidareutvecklar egna och andras resonemang.<br><br>+AR                                                                                                                                                                                                                                                     |
| <b>Kommunikation</b><br><i>Muntligt kommunicera matematiska tankegångar.</i>                                        |                                                                                                                                                                                                                                                            | Eleven uttrycker sig tydligt och det är möjligt att följa förklaringarna under större delen av provtillfället.<br><br>+CK                                                                                                                                                                                                | Eleven uttrycker sig med säkerhet och använder ett lämpligt matematiskt språk, t.ex. genom att genomgående korrekt använda relevanta matematiska begrepp.<br><br>+AK                                                                                                                                                                             |

## Lärarinstruktioner: Version 2 – Mönster, prickar

### Uppgift 1 (Prickmönster)

*Enskilda uppgifter med möjlighet till efterföljande kommentarer.*

Dela ut bladet ”Version 2 – Mönster, prickar” med de fyra prickmönstren till eleverna.

Låt eleverna studera alla mönster en kort stund och tilldela sedan en elev det första prickmönstret och låt eleven besvara frågan:

- Hur utvecklas Mönster 1?

Har eleven svårigheter att beskriva hur mönstret utvecklas kan stödfrågor eller följdfrågor ställas. Exempel på frågor: *Hur många prickar ökar ditt mönster med? Hur skulle du göra för att ta reda på hur många prickar det behövs för att bygga figur nr 10?*

Stanna kvar i Mönster 1 och låt samma elev besvara uppgiften:

- Ange ett samband mellan figurens nummer och antalet prickar med ord eller formel.

Därefter har övriga elever möjlighet att kommentera detta mönster, elevens beskrivning av hur mönstret utvecklas eller sambandet mellan figurens nummer och antalet prickar.

Upprepa sedan punkt 1 och 2 ovan för nästa elev som ska beskriva Mönster 2 osv.

### Uppgift 2 (Koordinatsystem)

*Enskilda uppgifter med möjlighet till efterföljande kommentarer.*

Dela ut bladet ”Version 2 – Koordinatsystem, prickar” med de sex graferna Graf A–F till eleverna.

Nu är det lämpligt att låta en annan elev börja besvara frågan:

- Vilken graf passar till ditt mönster? Motivera. Hur ser du det?

Låt eleverna kommentera varandras förslag.

Upprepa punkten för övriga elever i gruppen.

### Uppgift 3 (Diskussionsuppgifter)

#### Gruppdiskussion.

Välj lämpliga och lämpligt antal diskussionsuppgifter till gruppen. Det kan t.ex. vara så att någon fråga redan diskuterats under uppgift 1 och 2 och då behöver den inte ställas igen. Eventuellt kan någon/några av diskussionsuppgifterna riktas direkt till någon elev för att få ytterligare underlag för bedömningen.

1. I koordinatsystemen finns det punkter men inga linjer. Varför?
2. På sidan med grafer passade inte Graf A respektive Graf C till något av de givna mönstren. Hur skulle ett mönster kunna vara uppbyggt som passar till Graf A respektive Graf C?
3. Punkterna i koordinatsystemen ligger utmed en rät linje. Varför? Hur syns detta i mönstret eller formeln?
4. Hur ser ett mönster ut där punkterna *inte* ligger utmed en rät linje?  
Ev. följdfråga: Hur skulle ett mönster som växer kvadratisk kunna se ut?
5. Hur kan man hitta figur 0? Finns det olika sätt?
6. Sambandet mellan antalet prickar och figurens nummer är en funktion. Förklara varför. Vilken är definitionsmängden?
7. Nedan anges några korrekta algebraiska samband till Mönster 1–4. Finns som kopieringsunderlag (sid. 22). Välj ut något eller några samband med tillhörande mönster och presentera för gruppen. Eleverna ska utgå från sambanden och beskriva vad som händer i mönstren.

Antal prickar ( $a$ ) i figur  $n$ :

$$\text{Mönster 1} \quad a = 1 + 2n + n$$

$$\text{Mönster 2} \quad a = 5 + 3(n - 1)$$

$$\text{Mönster 3} \quad a = 1 + 4n$$

$$\text{Mönster 4} \quad a = 2n + 2$$

8. Nedan visas några andra korrekta algebraiska samband till Mönster 1–4 (rekursiva formler). Finns som kopieringsunderlag (sid. 22). Välj ut något samband med tillhörande mönster och presentera för gruppen. Eleverna ska tolka sambandet med hjälp av mönstret. Gruppen kan även själv formulera ett samband utifrån ett annat mönster.

Antal prickar ( $a_n$ ) i figur  $n$ :

$$\text{Mönster 1} \quad a_1 = 4 \text{ och } a_{n+1} = a_n + 3$$

$$\text{Mönster 2} \quad a_1 = 5 \text{ och } a_{n+1} = a_n + 3$$

$$\text{Mönster 3} \quad a_1 = 5 \text{ och } a_{n+1} = a_n + 4$$

$$\text{Mönster 4} \quad a_1 = 4 \text{ och } a_{n+1} = a_n + 2$$

9. Kan genomföras om både punkt 7 och 8 har diskuterats. Diskutera för- och nackdelar med de olika formeltyperna.

## Instructions to teachers: Version 2 – Pattern, dots

### Task 1 (Dot Patterns)

*Individual tasks with the possibility of subsequent comments.*

Hand out the “Version 2 – Pattern, dots” sheet with the four dot patterns to the pupils.

Let the pupils study all the patterns for a short time and then assign the first dot pattern to a pupil and let the pupil answer the following question:

- How does Pattern 1 develop?

If the pupil has difficulties describing how the pattern develops, supporting questions or follow-up questions may be asked. Examples of questions: *How many dots does your pattern increase by? What would you do to find out how many dots are needed to build figure number 10?*

Stay in Pattern 1 and let the same pupil answer the following task:

- State a relation between the number of the figure and the number of dots in words or in a formula.

After that the other pupils have the chance to comment on this pattern, the pupil's description of the development of the pattern or the relation between the number of the figure and the number of dots.

Then repeat points 1 and 2 above for the next pupil who has to describe Pattern 2 and so on.

### Task 2 (Coordinate Systems)

*Individual tasks with the possibility of subsequent comments.*

Hand out the “Version 2 – Coordinate Systems, dots” sheet containing the six graphs Graphs A–F to the pupils.

Let the pupils answer the question:

- Which graph fits your pattern? Give your reasons. How can you see that?

Let the pupils comment on one another's proposals.

Then repeat the point above for all pupils in the group.

### Task 3 (Discussion tasks)

*Group discussion.*

Choose a suitable number of suitable discussion tasks for the group. It may, for example, be the case that some questions have already been discussed during tasks 1 and 2 and therefore does not need to be asked again. One or more of the discussion tasks may possibly be given to a particular pupil so as to get fuller information for the assessment.

1. The coordinate systems contain points but no lines. Why?
2. On the page with the graphs there were two graphs (Graph A and Graph C) that did not fit any of the patterns given. How could a pattern be built up that fits Graph A and Graph C respectively?
3. The points in the coordinate systems are on a straight line. Why? How is this seen in the pattern and/or the formula?
4. What does a pattern look like when the points are *not* on a straight line?  
Possible follow-up question: What could a pattern that grows quadratically look like?
5. How can you find figure 0? Are there different ways?
6. The relation between the number of dots and the number of the figure is a function. Explain why. What is the domain?
7. Some correct algebraic relations to Patterns 1–4 are given below. Available for copying (page 23). Select one or more of the relations and the pattern that belongs to it, and present them to the group. By starting in the relations the pupils are to describe how the patterns develop.

The number of dots ( $a$ ) in figure  $n$ :

|           |                    |
|-----------|--------------------|
| Pattern 1 | $a = 1 + 2n + n$   |
| Pattern 2 | $a = 5 + 3(n - 1)$ |
| Pattern 3 | $a = 1 + 4n$       |
| Pattern 4 | $a = 2n + 2$       |

8. Some other correct algebraic relations of Patterns 1–4 (recursive formulas) are shown below. Available for copying (page 23). Select a relation and the pattern that belongs to it, and present it to the group. The pupils are to interpret the relation with the aid of the pattern. The group can also formulate its own relation on the basis of another pattern.

The number of dots ( $a_n$ ) in figure  $n$ :

|           |                                   |
|-----------|-----------------------------------|
| Pattern 1 | $a_1 = 4$ and $a_{n+1} = a_n + 3$ |
| Pattern 2 | $a_1 = 5$ and $a_{n+1} = a_n + 3$ |
| Pattern 3 | $a_1 = 5$ and $a_{n+1} = a_n + 4$ |
| Pattern 4 | $a_1 = 4$ and $a_{n+1} = a_n + 2$ |

9. The following can be done if both points 7 and 8 have been discussed. Discuss the advantages and disadvantages of the different types of formula.

## Förslag till godtagbara svar och motiveringar för Version 2 – Mönster, prickar

Svar och motiveringar ska ses som ett servicematerial till lärare och man kan inte förvänta sig att eleverna svarar och motiverar exakt på detta sätt.

Förslag till några svar för uppgift 1 och 2:

|           | <i>Funktionsuttryck</i> | <i>Graf</i> |
|-----------|-------------------------|-------------|
| Mönster 1 | $y = 3x + 1$            | D           |
| Mönster 2 | $y = 3x + 2$            | E           |
| Mönster 3 | $y = 4x + 1$            | F           |
| Mönster 4 | $y = 2x + 2$            | B           |
|           | $y = 2x + 3$            | A           |
|           | $y = x + 3$             | C           |

Förslag till godtagbara svar för några diskussionsuppgifter:

Hur ser ett mönster ut där punkterna *inte* ligger utmed en rät linje?

- Eleverna kan ge exempel på ett mönster som både växer och avtar eller ett mönster som växer kvadratisk.

Hur kan man hitta figur 0? Finns det olika sätt?

- I bild genom att visa vilken/vilka punkter som är kvar.
- I graf genom att visa skärningen med  $y$ -axeln.
- Med formel genom att beräkna funktionsvärdet då  $x = 0$ .

Sambandet mellan antalet punkter och figurens nummer är en funktion. Förklara varför.

- Eftersom varje figurnummer har ett bestämt antal punkter.  
Definitionsmängd: De naturliga talen.

Nedan anges några korrekta algebraiska samband till Mönster 1–4. Välj ut något eller några samband med tillhörande mönster och presentera för gruppen. Eleverna ska utgå från sambanden och beskriva vad som händer i mönstren.

- I mönster 2 är det fem prickar från början och så ökar det med tre prickar för varje figur.

Diskutera för- och nackdelar med de olika formeltyperna.

- En rekursiv formel är ibland lättare att ange (hitta) men svår att använda för t.ex. figur nr 100.

## Bedömningsmatris till Version 2 – Mönster, prickar

(3/4/4)

|                                                                                                                     | E                                                                                                                                                                                                                                                              | C                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | A                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Begrepp</b>                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| <b>Procedurer</b>                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| <b>Problemlösning</b><br><i>Analysera och lösa matematiska problem samt tolka och värdera metoder och resultat.</i> | Eleven beskriver hur mönstret utvecklas<br><i>eller</i><br>visar att ett algebraiskt samband stämmer med ett mönster genom att pröva med några värden.<br><br>+ $E_{PL}$                                                                                       | Eleven beskriver samband mellan figurens nummer och antalet prickar i ord<br><i>eller</i><br>visar hur något algebraiskt samband stämmer överens med bilden av ett mönster<br><i>eller</i><br>ger exempel på icke linjära mönster.<br><br>+ $C_{PL}$                                                                         | Eleven beskriver samband mellan figurens nummer och antalet prickar med formel<br><i>eller</i><br>visar att ett givet algebraiskt samband stämmer överens med ett mönster genom att använda generella beskrivningar<br><i>eller</i><br>beskriver utförligt icke linjära mönster med hjälp av olika representationer.<br><br>+ $A_{PL}$ |
| <b>Modeller</b>                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| <b>Matematiska resonemang</b><br><i>Följa, föra och bedöma matematiska resonemang.</i>                              | Eleven för ett enkelt resonemang kring hur mönster och graf stämmer överens, t.ex. genom att ange en eller ett par gemensamma punkter för exempelvis graf och mönster<br><i>eller</i><br>genom att redogöra för figur 0 i någon representation.<br><br>+ $E_R$ | Eleven för välgrundade resonemang kring hur mönster och graf stämmer överens, t.ex. genom att hänvisa till konstant ökning<br><i>eller</i><br>beskriver varför graferna är punkter och inte linjer<br><i>eller</i><br>genom att redogöra för figur 0 i flera representationer (graf, bild, följd och formel).<br><br>+ $C_R$ | Eleven för välgrundade och nyanserade matematiska resonemang, t.ex. genom att godtagbart definiera funktioner<br><i>eller</i><br>beskriva icke linjära samband<br><i>eller</i><br>resonera kring en rekursiv formel.<br><br>+ $A_R$                                                                                                    |
|                                                                                                                     | Eleven bidrar med enkla omdömen vid andra elevers redovisningar eller i diskussioner.<br><br>+ $E_R$                                                                                                                                                           | Eleven bidrar med idéer och förklaringar vid andra elevers redovisningar eller i diskussioner.<br><br>+ $C_R$                                                                                                                                                                                                                | Eleven tar del av andras argument och vidareutvecklar egna och andras resonemang.<br><br>+ $A_R$                                                                                                                                                                                                                                       |
| <b>Kommunikation</b><br><i>Muntligt kommunicera matematiska tankegångar.</i>                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                | Eleven uttrycker sig tydligt och det är möjligt att följa förklaringarna under större delen av provtillfället.<br><br>+ $C_K$                                                                                                                                                                                                | Eleven uttrycker sig med säkerhet och använder ett lämpligt matematiskt språk, t.ex. genom att genomgående korrekt använda relevanta matematiska begrepp.<br><br>+ $A_K$                                                                                                                                                               |

## Kopieringsunderlag formler till Version 1 – Mönster, tändstickor

Antal tändstickor ( $a$ ) i figur  $n$ :

$$a = 4 + 2(n - 1)$$

$$a = 5 + 4(n - 1)$$

$$a = 1 + 2n + n$$

$$a = 2 + 3n$$

Antal tändstickor ( $a_n$ ) i figur  $n$ :

$$a_1 = 4 \quad \text{och} \quad a_{n+1} = a_n + 2$$

$$a_1 = 5 \quad \text{och} \quad a_{n+1} = a_n + 4$$

$$a_1 = 4 \quad \text{och} \quad a_{n+1} = a_n + 3$$

$$a_1 = 5 \quad \text{och} \quad a_{n+1} = a_n + 3$$

## Kopieringsunderlag formler till Version 1 – Pattern, matchsticks

The number of matchsticks ( $a$ ) in figure  $n$ :

$$a = 4 + 2(n - 1)$$

$$a = 5 + 4(n - 1)$$

$$a = 1 + 2n + n$$

$$a = 2 + 3n$$

The number of matchsticks ( $a_n$ ) in figure  $n$ :

$$a_1 = 4 \quad \text{and} \quad a_{n+1} = a_n + 2$$

$$a_1 = 5 \quad \text{and} \quad a_{n+1} = a_n + 4$$

$$a_1 = 4 \quad \text{and} \quad a_{n+1} = a_n + 3$$

$$a_1 = 5 \quad \text{and} \quad a_{n+1} = a_n + 3$$

## Kopieringsunderlag formler till Version 2 – Mönster, prickar

Antal prickar ( $a$ ) i figur  $n$ :

$$a = 1 + 2n + n$$

$$a = 5 + 3(n - 1)$$

$$a = 1 + 4n$$

$$a = 2n + 2$$

Antal prickar ( $a_n$ ) i figur  $n$ :

$$a_1 = 4 \quad \text{och} \quad a_{n+1} = a_n + 3$$

$$a_1 = 5 \quad \text{och} \quad a_{n+1} = a_n + 3$$

$$a_1 = 5 \quad \text{och} \quad a_{n+1} = a_n + 4$$

$$a_1 = 4 \quad \text{och} \quad a_{n+1} = a_n + 2$$

## Kopieringsunderlag formler till Version 2 – Pattern, dots

The number of dots ( $a$ ) in figure  $n$ :

$$a = 1 + 2n + n$$

$$a = 5 + 3(n - 1)$$

$$a = 1 + 4n$$

$$a = 2n + 2$$

The number of dots ( $a_n$ ) in figure  $n$ :

$$a_1 = 4 \quad \text{and} \quad a_{n+1} = a_n + 3$$

$$a_1 = 5 \quad \text{and} \quad a_{n+1} = a_n + 3$$

$$a_1 = 5 \quad \text{and} \quad a_{n+1} = a_n + 4$$

$$a_1 = 4 \quad \text{and} \quad a_{n+1} = a_n + 2$$

# Kopieringsunderlag bedömningsmatris

Version 1 – Mönster, tändstickor och Version 2 – Mönster, prickar

|                        | E         | C         | A         |
|------------------------|-----------|-----------|-----------|
| Begrepp                |           |           |           |
| Procedurer             |           |           |           |
| Problemlösning         | $+E_{PL}$ | $+C_{PL}$ | $+A_{PL}$ |
| Matematiska modeller   |           |           |           |
| Matematiska resonemang | $+E_R$    | $+C_R$    | $+A_R$    |
|                        | $+E_R$    | $+C_R$    | $+A_R$    |
| Kommunikation          |           | $+C_K$    | $+A_K$    |

|                        | E         | C         | A         |
|------------------------|-----------|-----------|-----------|
| Begrepp                |           |           |           |
| Procedurer             |           |           |           |
| Problemlösning         | $+E_{PL}$ | $+C_{PL}$ | $+A_{PL}$ |
| Matematiska modeller   |           |           |           |
| Matematiska resonemang | $+E_R$    | $+C_R$    | $+A_R$    |
|                        | $+E_R$    | $+C_R$    | $+A_R$    |
| Kommunikation          |           | $+C_K$    | $+A_K$    |

## **Elevmaterial – Kopieringsunderlag**



## Information till eleverna

Här följer en beskrivning av den muntliga delen som ingår i det nationella provet. Provet genomförs i grupper om 3–4 elever som sitter tillsammans med läraren. Genomförandet är likartat med den muntliga delen i matematik i årskurs 9.

- Den muntliga delen handlar om mönster.
- Läraren kommer både att ställa individuella frågor och frågor att diskutera i gruppen.
- Dina insatser under den muntliga delen bedöms efter i vilken grad du
  - analyserar och löser matematiska problem samt tolkar och värderar metoder och resultat
  - för matematiska resonemang, underbygger dina resonemang samt värderar och vidareutvecklar egna och andras resonemang
  - uttrycker dig i tal och använder ett matematiskt språk.

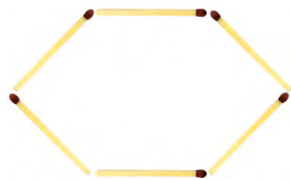
Tänk på att du har möjlighet att visa vad du kan vid din redovisning och i diskussionen efter kamraternas redovisningar. Dina insatser på denna del bedöms och sammanställs med ett antal E-, C- och A-poäng. Resultatet på den muntliga delen räknas samman med resultaten på de skriftliga delarna.

## Version 1 – Mönster, tändstickor

### Mönster 1



Figur 1



Figur 2

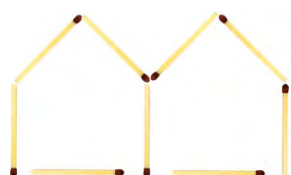


Figur 3

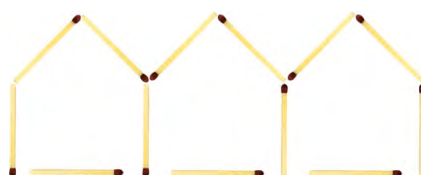
### Mönster 2



Figur 1



Figur 2



Figur 3

### Mönster 3



Figur 1



Figur 2



Figur 3

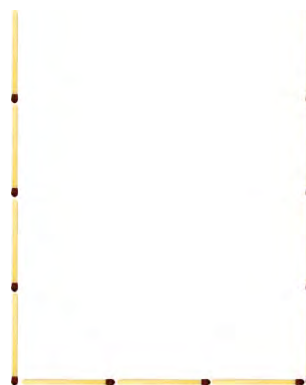
### Mönster 4



Figur 1



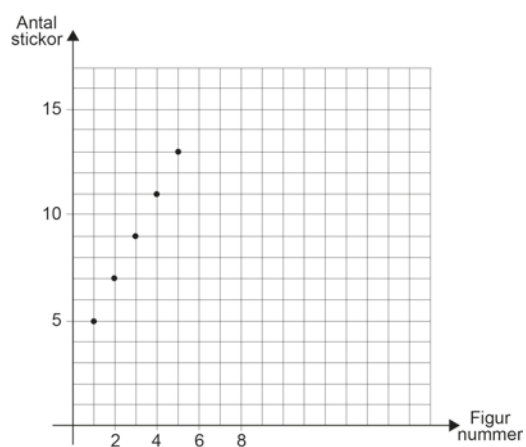
Figur 2



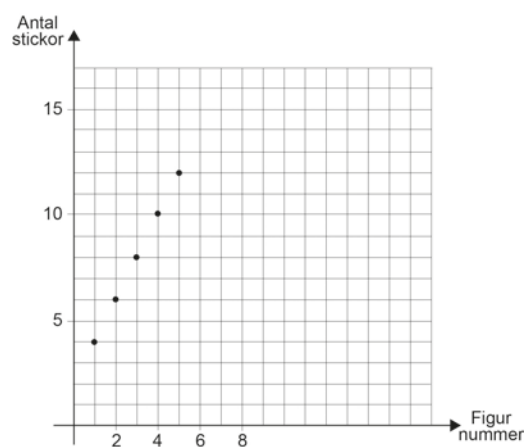
Figur 3

## Version 1 – Koordinatsystem, tändstickor

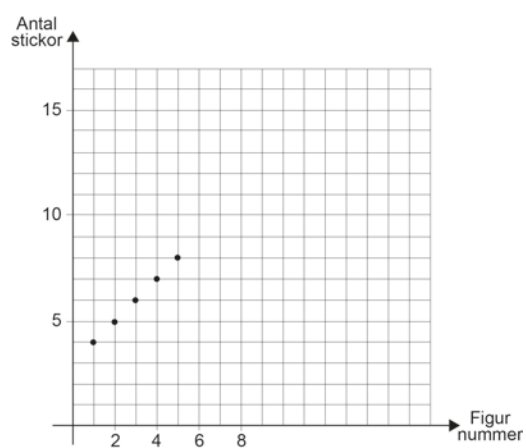
**Graf A**



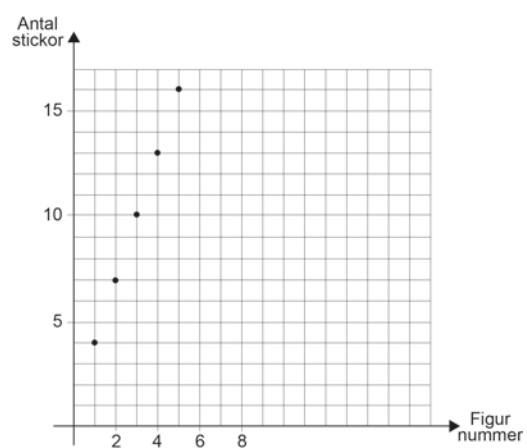
**Graf B**



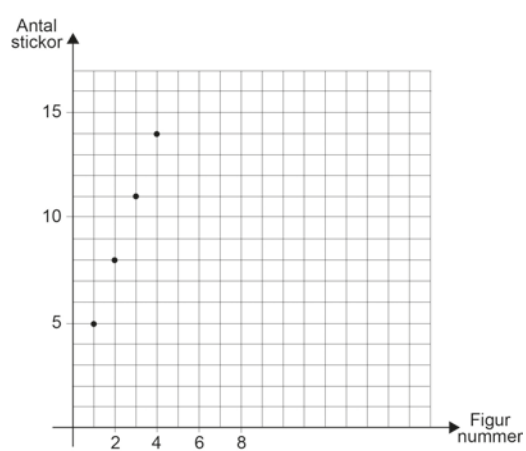
**Graf C**



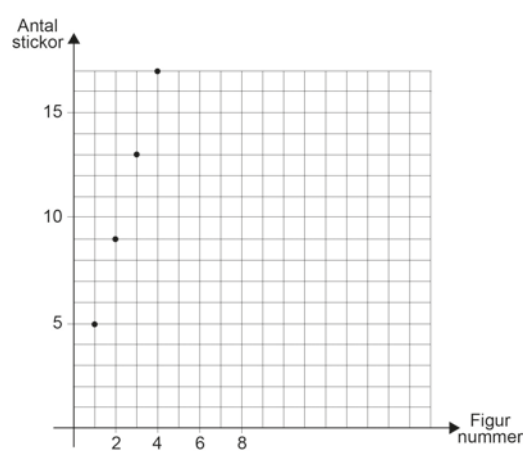
**Graf D**



**Graf E**

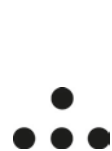


**Graf F**



## Version 2 – Mönster, prickar

### Mönster 1



Figur 1



Figur 2



Figur 3

### Mönster 2



Figur 1



Figur 2



Figur 3

### Mönster 3



Figur 1



Figur 2



Figur 3

### Mönster 4



Figur 1



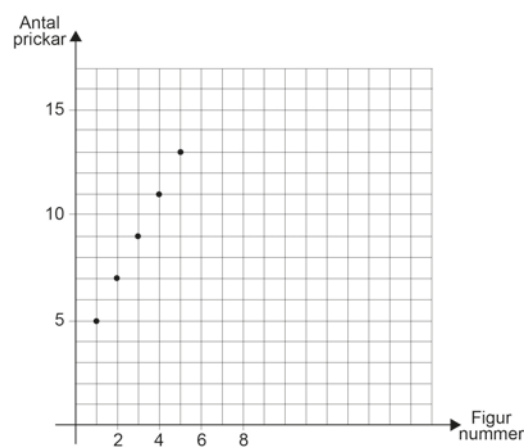
Figur 2



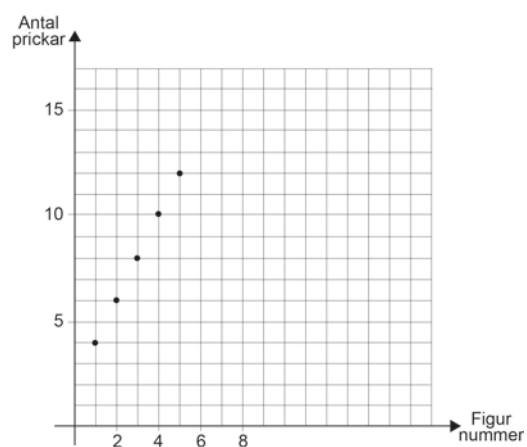
Figur 3

## Version 2 – Koordinatsystem, prickar

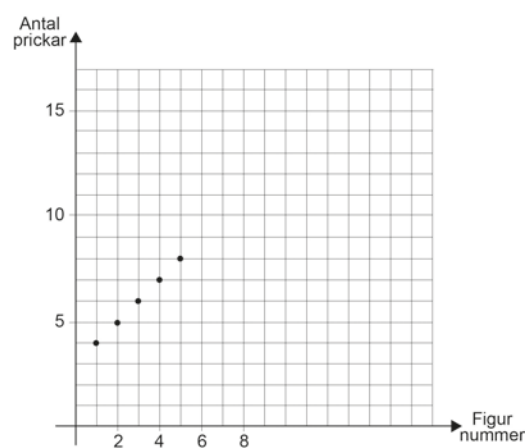
**Graf A**



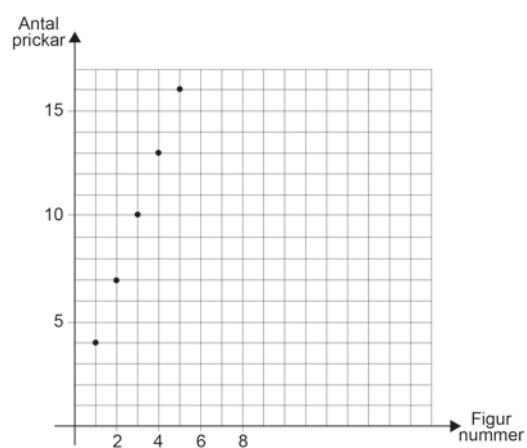
**Graf B**



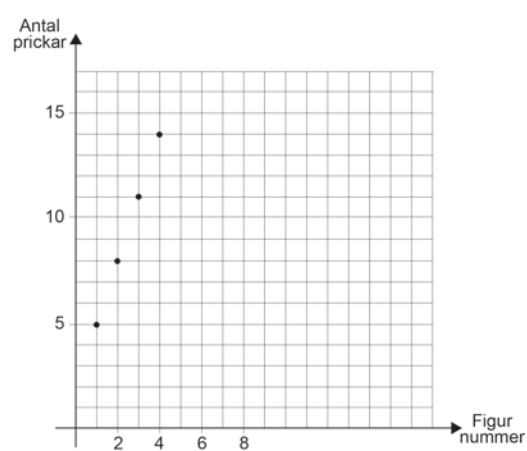
**Graf C**



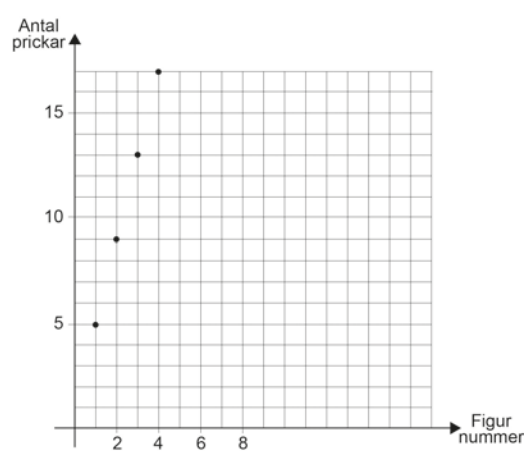
**Graf D**



**Graf E**



**Graf F**





**Pupils' material – for copying**



## Information to the pupils

Here is a description of the oral part included in the national test. The test is carried out in groups of 3–4 pupils sitting with their teacher around a table. It is carried out in a similar way to the oral part in mathematics in Year 9.

- The oral part is about patterns.
- The teacher will ask both individual questions and questions to discuss in the group.
- Your performance in the oral part will be assessed according to how you
  - analyse and solve mathematical problems and interpret and assess methods and results.
  - make mathematical arguments, provide backing for your arguments and assess and develop your own arguments and those of others.
  - express yourself orally and use mathematical language.

Remember that you have the chance to show what you can do in your own presentation and in the discussion after your classmates' presentations. Your performance in this part is compiled as a number of E, C and A points. The result of the oral part is added up along with the results of the written parts.

## Version 1 – Pattern, matchsticks

### Pattern 1

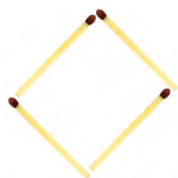


Figure 1

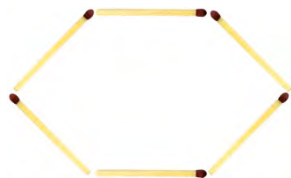


Figure 2

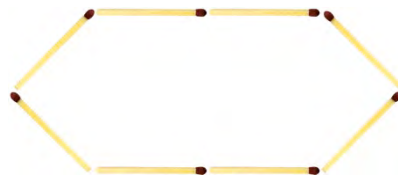


Figure 3

### Pattern 2



Figure 1



Figure 2

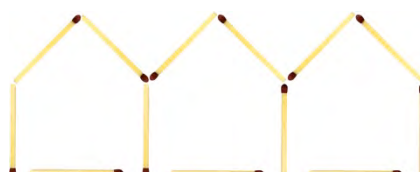


Figure 3

### Pattern 3



Figure 1



Figure 2



Figure 3

### Pattern 4



Figure 1



Figure 2

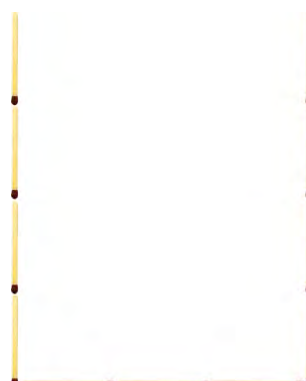
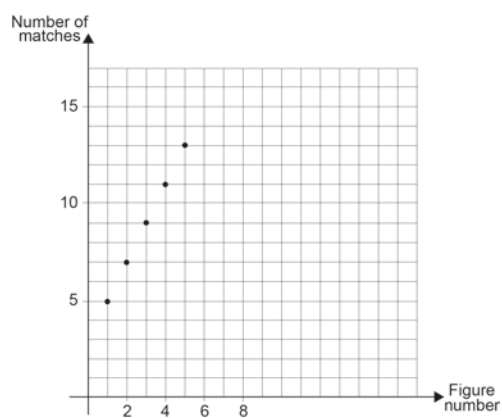


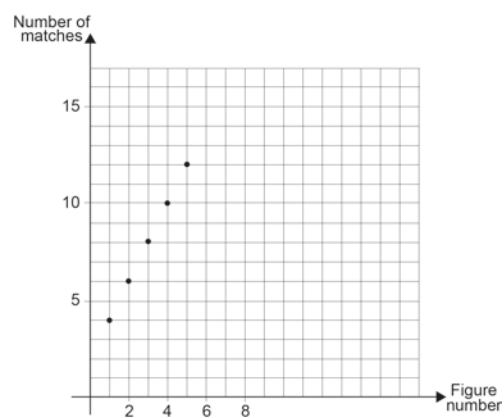
Figure 3

## Version 1 – Coordinate Systems, matchsticks

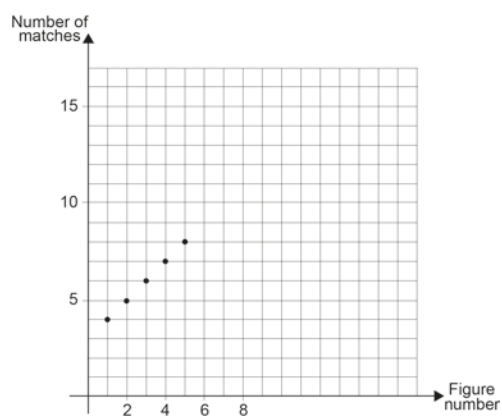
**Graph A**



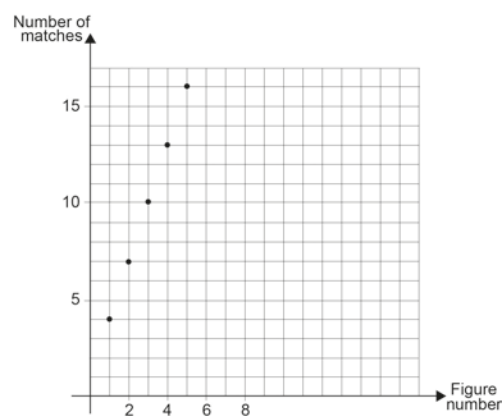
**Graph B**



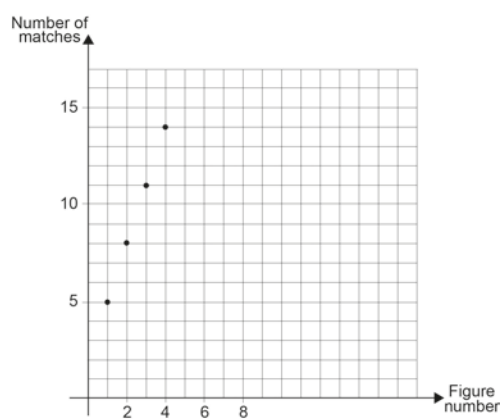
**Graph C**



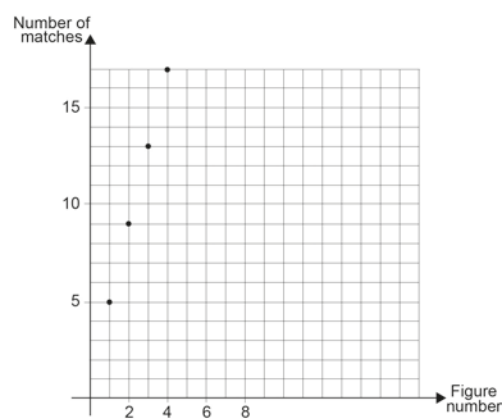
**Graph D**



**Graph E**



**Graph F**



## Version 2 – Pattern, dots

### Pattern 1

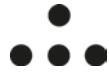


Figure 1



Figure 2



Figure 3

### Pattern 2



Figure 1



Figure 2

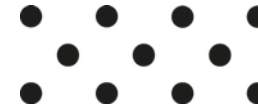


Figure 3

### Pattern 3



Figure 1

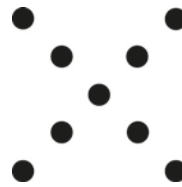


Figure 2



Figure 3

### Pattern 4

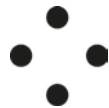


Figure 1



Figure 2

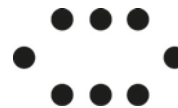
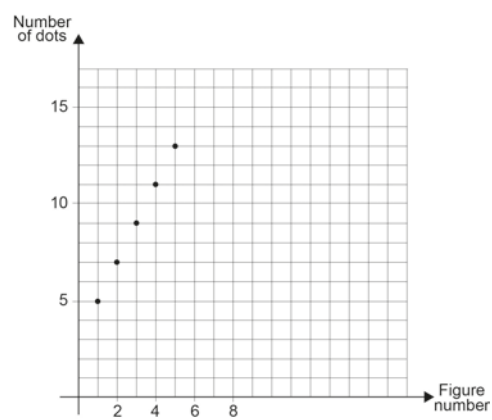


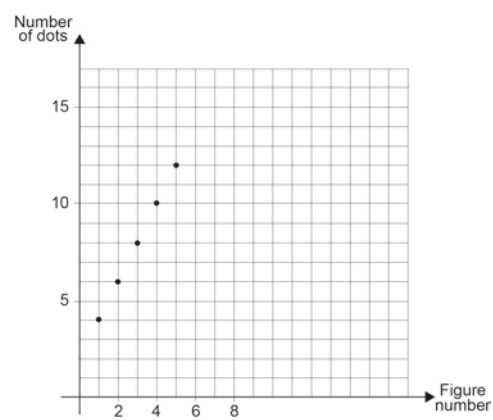
Figure 3

## Version 2 – Coordinate Systems, dots

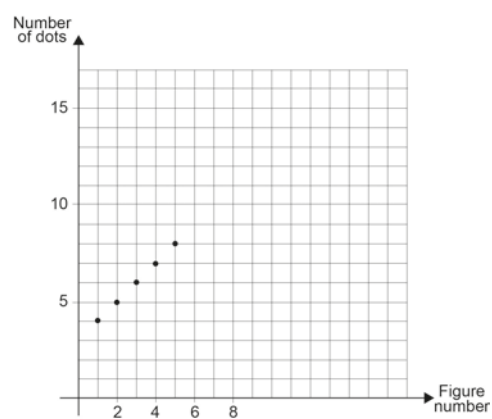
**Graph A**



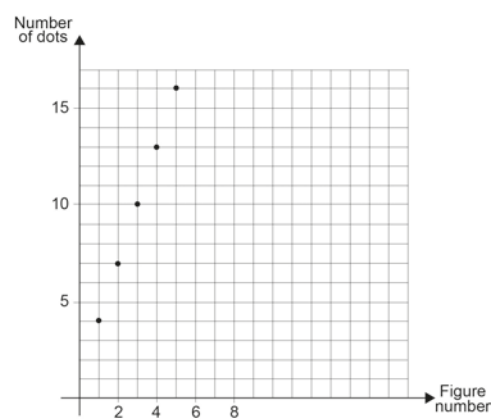
**Graph B**



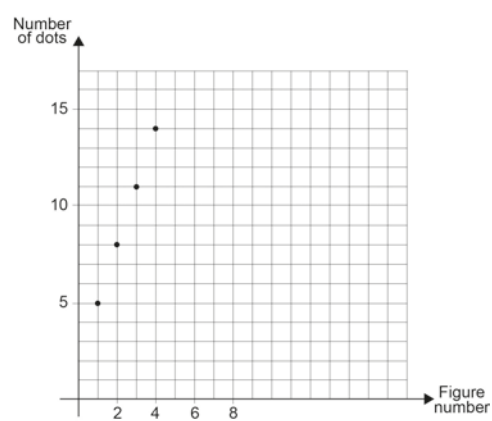
**Graph C**



**Graph D**



**Graph E**



**Graph F**

